UNIVERZA NA PRIMORSKEM

Fakulteta za matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije

Zbirka rešenih izpitov in kolokvijev iz statistike za biopsihologe

doc. dr. Marko Orel

DRUGO UČNO GRADIVO

44 strani

Biopsihologija, dodiplomski študijski program

PRVA IZDAJA

Koper, 2015

Kazalo

Del I

Naloge

POGLAVJE 1

Šolsko leto 2013/2014

1. kolokvij iz STATISTIKE, skupina A

(24.4.2014, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. V tabeli so podatki o temperaturi neke reke za 31 dni v nekem mescu. Podane so kumulativne frekvence.

temperatura	F_i
17°C	11
18°C	25
19°C	31

   Določite frekvence, aritmetično sredino, standardno deviacijo, mediano in (vezane) range.

2. Med dijaki neke srednje šole izberemo enostaven slučajen vzorec velikosti 37. Med izbranci je 24 deklet. Testirajte ničelno hipotezo, ki pravi, da sta med dijaki deleža deklet in fantov enaka, proti alternativni hipotezi, ki pravi, da je deklet več. Izračunajte p-vrednost. Pri katerih stopnjah značilnosti lahko ničelno hipotezo zavrnemo? Ali je odstopanje statistično značilno/zelo značilno?

3. Pri neki namizni igri uporabljamo 2 kocki, ki ju na pogled ne ločimo. Vsaka izmed njiju ima na treh ploskvah srce in na treh ploskvah križ. Kocki mečemo s pomočjo lončka, v katerem kocki pred metom dobro premešamo. V eni partiji smo kocki vrgli 50 krat. Pri 16 metih je na obeh kockah padlo srce, pri 14 metih je na obeh kockah padel križ, pri preostalih metih pa je na eni kocki padlo srce, na drugi pa križ. Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ testirajte ničelno hipotezo, ki pravi, da sta kocki pošteni, proti alternativni hipotezi, ki to zanika. Privzemite, da so vsi meti (prve oz. druge kocke) neodvisni.

4. V neki populaciji izberemo enostaven slučajen vzorec, ki je sestavljen iz 40 ljudi. Podane so njihove telesne višine v cm:

$$\begin{aligned}\{&149, 150, 155, 161, 161, 163, 164, 166, 166, 166,\\ &167, 167, 168, 169, 170, 170, 171, 171, 171, 171,\\ &172, 176, 176, 177, 177, 177, 177, 178, 178, 179,\\ &179, 181, 183, 183, 183, 184, 185, 185, 188, 189\}\end{aligned}$$

   Določite 95% interval zaupanja za prvi tercil na celotni populaciji.

1. kolokvij iz STATISTIKE, skupina B

(24.4.2014, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. V tabeli so podatki o temperaturi neke reke za 31 dni v nekem mescu. Podane so kumulativne frekvence.

temperatura	F_i
16°C	13
17°C	27
18°C	31

   Določite frekvence, aritmetično sredino, standardno deviacijo, prvi tercil in (vezane) range.

2. Med dijaki neke srednje šole izberemo enostaven slučajen vzorec velikosti 37. Med izbranci je 24 deklet. Testirajte ničelno hipotezo, ki pravi, da sta med dijaki deleža deklet in fantov enaka, proti alternativni hipotezi, ki to zanika. Izračunajte p-vrednost. Pri katerih stopnjah značilnosti lahko ničelno hipotezo zavrnemo? Ali je odstopanje statistično značilno/zelo značilno?

3. Pri neki namizni igri uporabljamo 2 kocki, ki ju na pogled ne ločimo. Vsaka izmed njiju ima na treh ploskvah srce in na treh ploskvah križ. Kocki mečemo s pomočjo lončka, v katerem kocki pred metom dobro premešamo. V eni partiji smo kocki vrgli 50 krat. Pri 20 metih je na obeh kockah padlo srce, pri 16 metih je na obeh kockah padel križ, pri preostalih metih pa je na eni kocki padlo srce, na drugi pa križ. Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.01$ testirajte ničelno hipotezo, ki pravi, da sta kocki pošteni, proti alternativni hipotezi, ki to zanika. Privzemite, da so vsi meti (prve oz. druge kocke) neodvisni.

4. V neki populaciji izberemo enostaven slučajen vzorec, ki je sestavljen iz 40 ljudi. Podane so njihove telesne mase v kg:

$$\begin{aligned}\{&67, 72, 72, 74, 75, 76, 77, 77, 77, 81,\\ &82, 82, 83, 84, 84, 85, 86, 86, 87, 89,\\ &89, 89, 90, 90, 91, 91, 92, 92, 92, 94,\\ &94, 97, 98, 98, 99, 101, 101, 103, 105, 105\}\end{aligned}$$

   Določite 99% interval zaupanja za mediano na celotni populaciji.

2. kolokvij iz STATISTIKE (26.5.2014, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. Enostaven slučajen vzorec sestavlja 40 vrečk z bonboni določenega proizvajalca. V tabeli so prikazani podatki o številu bonbonov v vrečkah.

število bonbonov v vrečki	47	48	49	50	51	52
frekvence	4	6	8	11	6	5

   Določite 99% interval zaupanja za aritmetično sredino števila bonbonov v posamezni vrečki.

2. Med obiskovalci nekega muzeja smo izbrali enostaven slučajen vzorec velikosti 35. Obiskovalce smo povprašali, ali so v muzeju kupili kakšen spominek. V tabeli je povzetek ankete ter informacija o spolu.

	kupili spominek	niso kupili spominka
ženske	7	10
moški	2	16

   Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ testirajte ničelno hipotezo, ki pravi, da spremenljivki iz kontingenčne tabele nista asociirani, proti alternativni hipotezi, ki to zanika.

3. Za sedem košarkarjev neke ekipe imamo podano število točk in število podaj, ki jih košarkar v povprečju doseže na tekmo. Podatki so oblike (povp. število točk, povp. število podaj):

   $$(20.3, 5.9), (17.7, 5.5), (15.8, 1.5), (13.8, 1.8), (11.1, 1.2), (9.7, 1.1), (9.4, 1.7).$$

   Izračunajte Pearsonov korelacijski koeficient med obema spremenljivkama.

4. Obiskovalci nekega muzeja so v vprašalniku odgovorili, ali so z obiskom muzeja zadovoljni. Odgovorili so z ZELO ZADOVOLJEN, SREDNJE ZADOVOLJEN, NEZADOVOLJEN. Obiskovalce smo razvrstili glede na tip vprašalnika, ki so ga izpolnjevali (slovenski, italijanski, angleški, nemški).

	SLO	ITA	ENG	GER
ZELO ZADOVOLJEN	13	10	60	9
SREDNJE ZADOVOLJEN	23	7	26	12
NEZADOVOLJEN	4	2	3	1

   Izračunajte Kruskal-Wallisov delež pojasnjene variance med obema spremenljivkama iz kontingenčne tabele. Komentirajte rezultat.

1. izpit STATISTIKE (17.6.2014, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. Nekaj študentov prvega letnika smo v septembru povprašali, koliko izpitov imajo opravljenih. V tabeli je povzetek ankete. Za število opravljenih izpitov določite modus, izračunajte mediano, aritmetično sredino, standardno deviacijo ter določite kvartil $q_{0.75}$.

število opravljenih izpitov	frekvence
4	5
5	6
6	6
7	8
8	7
9	5
10	4

2. Med rezultati kolokvija pri predmetu Matematika smo izbrali enostaven slučajen vzorec velikosti 20:

$$6, 22, 28, 31, 32, 35, 39, 46, 52, 52, 53, 56, 57, 57, 58, 65, 67, 83, 84, 94.$$

Rezultati so v procentih. Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ testirajte ničelno hipotezo, ki pravi, da drugi tercil v celotnem letniku znaša 66%, proti alternativni hipotezi, ki pravi da je le-ta manjši.

3. Na fakultetnem tekmovanju iz matematike so udeleženci reševali 4 naloge, pri čemer je bila vsaka naloga vredna 10 točk. Med tekmovalci smo izbrali enostaven slučajen vzorec velikosti 9 in za njih zapisali doseženo število točk ter letnik:

$$(3, 2.\text{L}),\ (5, 1.\text{L}),\ (7, 3.\text{L}),\ (8, 3.\text{L}),\ (15, 1.\text{L}),$$
$$(17, 2.\text{L}),\ (23, 3.\text{L}),\ (25, 1.\text{L}),\ (30, 2.\text{L}).$$

Izračunajte Spearmanov korelacijski koeficient med letnikom in številom doseženih točk. Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ testirajte ničelno hipotezo, ki pravi, da letnik študija in število doseženih točk nista korelirana, proti alternativni hipotezi, ki pravi, da so višji letniki reševali bolje.

4. Dan je enostaven slučajen vzorec devetih avtomobilov. Za njih je podana povprečna poraba goriva (v litrih na 100 km) ter vrsta goriva: dizel (D) oziroma bencin (B).

$$(6.0, D), (5.5, D), (8.5, B), (9.0, B), (7.0, D)$$
$$(8.5, D), (5.8, D), (6.7, B), (9.2, B).$$

Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ testirajte ničelno hipotezo, ki pravi, da je povprečna poraba goriva pri obeh vrstah vozil enaka, proti alternativni hipotezi, ki pravi, da vozila na dizel porabijo manj goriva.

2. izpit iz STATISTIKE (18.8.2014, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. V zaključnem delu nogometnega svetovnega prvenstva v Braziliji je bilo odigranih 16 tekem. Spodaj so podatki o številu doseženih zadetkov na teh tekmah (zadetki pri enajstmetrovkah po koncu podaljška niso vključeni):

$$2, 2, 3, 2, 2, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 0, 8, 0, 3, 1.$$

   Vrednosti razvrstite po velikosti od najmanjše proti največji in narišite tabelo, kjer bodo za različne vrednosti števila zadetkov podane frekvence, kumulativne frekvence in relativne frekvence. Izračunajte aritmetično sredino in standardno deviacijo ter določite modus in prvi kvartil.

2. Med izdelki, ki jih je naredil stroj, smo izbrali enostaven slučajen vzorec velikosti 100. Izkazalo se je, da je v vzorcu 13 izdelkov defektnih. Določite 95% Agresti-Coullov interval zaupanja za delež **nedefektnih** izdelkov, ki jih stroj proizvede.

3. Avtomobile smo v tabelo razvrstili glede na število konjskih moči (k) in porabo goriva (g) v litrih na 100 kilometrov.

	$g < 7$	$7 \leq g < 10$	$10 \leq g$
$k < 70$	17	13	3
$70 \leq k < 120$	10	12	8
$120 \leq k$	1	7	11

   Določite Spearmanov korelacijski koeficient med obema spremenljivkama iz tabele. Opredelite stopnjo koreliranosti.

4. Študente, ki so pisali prvi kolokvij iz statistike, smo razdelili v 3 skupine. V **skupini P** so tisti študenti, ki so se na študij biopsihologije vpisali v letu 2013/2014, in so do kolokvija pozitivno pisali matematični del osnov naravoslovja. V **skupini N** so tisti študenti, ki so se na študij biopsihologije vpisali v letu 2013/2014, in do kolokvija še niso pozitivno pisali matematičnega dela osnov naravoslovja. V **skupini V** so študenti, ki so se na študij biopsihologije vpisali pred letom 2013/2014.

   Med danimi študenti smo izbrali enostaven slučajen vzorec velikosti 15. Za njih je spodaj podana pripadnost skupini ter rezultat 1. kolokvija pri statistiki (v procentih):

$$(N, 35),\ (V, 51),\ (V, 83),\ (P, 71),\ (N, 50),$$
$$(P, 57),\ (N, 26),\ (N, 37),\ (P, 72),\ (P, 91),$$
$$(N, 20),\ (P, 50),\ (P, 74),\ (P, 77),\ (V, 20).$$

   Za dani vzorec določite delež pojasnjene variance med rezultatom kolokvija in tipom skupine. Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ testirajte ničelno hipotezo, ki pravi, da rezultat na kolokviju in tip skupine nista povezana, proti alternativni hipotezi, ki to zanika.

3. izpit iz STATISTIKE (1.9.2014, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. Med popravljenimi kolokviji smo izbrali enostaven slučajen vzorec velikosti 10. Rezultati teh kolokvijev so naslednji:

$$63, 75, 20, 70, 55, 91, 46, 49, 65, 60.$$

   Določite 90% interval zaupanja za aritmetično sredino vseh rezultatov kolokvija.

2. Na matematičnem tekmovanju je bilo 15 udeležencev za katere imamo podan spol in število doseženih točk:

$$\begin{gathered}(\mathrm{M}, 22), (\check{\mathrm{Z}}, 24), (\check{\mathrm{Z}}, 5), (\mathrm{M}, 3), (\mathrm{M}, 32),\\ (\check{\mathrm{Z}}, 13), (\mathrm{M}, 17), (\check{\mathrm{Z}}, 21), (\mathrm{M}, 19), (\check{\mathrm{Z}}, 32),\\ (\check{\mathrm{Z}}, 25), (\check{\mathrm{Z}}, 9), (\mathrm{M}, 38), (\mathrm{M}, 6), (\mathrm{M}, 18).\end{gathered}$$

   Izračunajte točkovni biserialni koeficient med obema spremenljivkama in opredelite stopnjo povezanosti.

3. Na matematičnem tekmovanju so udeleženci reševali 2 nalogi, pri čemer je bila vsaka naloga ocenjena z nič, eno ali dvema točkama. Med udeleženci smo izbrali enostaven slučajen vzorec velikosti 72 in jih poprašali, koliko nalog mislijo, da so rešili pravilno. Odgovor na to vprašanje označimo kot spremenljivko X. Po objavi rezultatov smo za omenjen vzorec preverili, koliko točk so posamezniki dobili pri drugi nalogi, ki je veljala za težjo. Število točk pri tej nalogi označimo kot spremenljivko Y. Podatki so dani v tabeli:

$X\backslash Y$	0	1	2
0	20	7	1
1	8	10	8
2	6	7	5

   Izračunajte Pearsonov korelacijski koeficient med spremenljivkama X in Y. Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ testirajte ničelno hipotezo, ki pravi, da spremenljivki nista korelirani, proti alternativni hipotezi, ki pravi, da sta spremenljivki pozitivno korelirani.

4. Na matematičnem tekmovanju smo med udeleženci izbrali enostaven slučajen vzorec velikosti 15. Za vzorec sta podana spol in uvrstitev (nekateri udeleženci so si delili mesto):

$$\begin{gathered}(\check{\mathrm{Z}}, 4.), (\mathrm{M}, 6.-7.), (\check{\mathrm{Z}}, 22.), (\mathrm{M}, 8.), (\mathrm{M}, 30.-35.),\\ (\check{\mathrm{Z}}, 10.-13.), (\mathrm{M}, 10.-13.), (\check{\mathrm{Z}}, 15.-18.), (\mathrm{M}, 15.-18.), (\check{\mathrm{Z}}, 30.-35.),\\ (\check{\mathrm{Z}}, 30.-35.), (\check{\mathrm{Z}}, 19.), (\mathrm{M}, 10.-13.), (\mathrm{M}, 6.-7.), (\mathrm{M}, 28.).\end{gathered}$$

   Določite delež relativnega ranga uvrstitve za udeleženke v vzorcu. Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ testirajte ničelno hipotezo, ki pravi, da med rezultati udeležencev in udeleženk na tekmovanju ni bistvenih razlik proti alternativni hipotezi, ki pravi, da so se udeleženke bolje odrezale (privzemite, da je vzorec dovolj velik za izvedbo testa).

POGLAVJE 2

Šolsko leto 2012/2013

1. kolokvij iz STATISTIKE, skupina A

(22.4.2013, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. Na izpitu iz verjetnosti so študenti dosegli naslednje rezultate:

$$14, 60, 50, 42, 53, 43, 19, 4, 1.$$

   Izračunajte aritmetično sredino, standardno deviacijo, mediano ter kvantila $q_{3/4}$ in $q_{2/3}$.

2. Leta 2011 so 3186 slovenskih dijakov v prvem letniku povprašali, ali so bili v zadnjih 30 dneh kdaj opiti. Pritrdilo jih je 53%. Določite 99% Agresti-Coullov interval zaupanja za delež slovenskih dijakov v prvem letniku, ki so bili v zadnjih 30 dneh (pred izvedbo ankete) opiti. Privzemite, da 3186 izbranih dijakov predstavlja enostaven slučajen vzorec.

3. Leta 2011 so 3186 slovenskih dijakov v prvem letniku povprašali ali so v zadnjih 30 dneh kdaj pili alkohol. Pritrdilo jih je 65%. Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.01$ testirajte ničelno hipotezo, ki pravi, da je delež dijakov v prvem letniku, ki so v zadnjih 30 dneh (pred anketo) pili alkohol, enak 2/3, proti alternativni hipotezi, ki pravi, da je ta delež manjši. Ali lahko ničelno hipotezo zavrnemo? Privzemite, da 3186 izbranih dijakov predstavlja enostaven slučajen vzorec.

4. Pri glasbenem pouku je učiteljica svojim učencem podelila naslednje ocene. Oceno zelo uspešno oceno (ZU) je prejelo 21 učencev, oceno uspešno (U) je prejelo 30 učencev, oceno manj uspešno (MU) pa je prejelo 20 učencev. Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ testirajte ničelno hipotezo, ki pravi, da so ocene pri tej učiteljici dobro opisane s slučajno spremenljivko

$$\begin{pmatrix} \text{MU} & \text{U} & \text{ZU} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix},$$

   proti alternativni hipotezi, ki to zanika. Ali lahko ničelno hipotezo zavrnemo? Predpostavite, da ti učenci predstavljajo enostaven slučajen vzorec v populaciji vseh učencev, ki jih je dana učiteljica kdaj učila.

1. kolokvij iz STATISTIKE, skupina B

(22.4.2013, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. Na kolokviju iz verjetnosti so študenti dosegli naslednje rezultate:

   $$67, 10, 26, 8, 3, 13, 10, 9.$$

   Izračunajte aritmetično sredino, standardno deviacijo, mediano ter kvantila $q_{3/4}$ in $q_{2/3}$.

2. Leta 2011 so 3186 slovenskih dijakov v prvem letniku povpraševali ali so bili v zadnjih 30 dneh kdaj opiti. Pritrdilo jih je 53%. Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ testirajte ničelno hipotezo, ki pravi, da je delež dijakov v prvem letniku, ki so bili v zadnjih 30 dneh (pred anketo) kdaj opiti, enak $1/2$, proti alternativni hipotezi, ki pravi, da je ta delež večji. Ali lahko ničelno hipotezo zavrnemo? Privzemite, da 3186 izbranih dijakov predstavlja enostaven slučajen vzorec.

3. Leta 2011 so 3186 slovenskih dijakov v prvem letniku povprašali ali so v zadnjih 30 dneh kdaj pili alkohol. Pritrdilo jih je 65%. Določite 95% Agresti-Coullov interval zaupanja za delež slovenskih dijakov v prvem letniku, ki so v zadnjih 30 dneh (pred izvedbo ankete) pili alkohol. Privzemite, da 3186 izbranih dijakov predstavlja enostaven slučajen vzorec.

4. Pri glasbenem pouku je učiteljica danemu razredu podelila naslednje ocene. Oceno zelo uspešno oceno (ZU) je prejelo 17 učencev, oceno uspešno (U) je prejelo 15 učencev, oceno manj uspešno (MU) pa je prejelo 16 učencev. Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.01$ testirajte ničelno hipotezo, ki pravi, da so ocene pri tej učiteljici dobro opisane s slučajno spremenljivko

   $$\begin{pmatrix} \mathrm{MU} & \mathrm{U} & \mathrm{ZU} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix},$$

   proti alternativni hipotezi, ki to zanika. Ali lahko ničelno hipotezo zavrnemo? Predpostavite, da ti učenci predstavljajo enostaven slučajen vzorec v populaciji vseh učencev, ki jih je dana učiteljica kdaj učila.

2. kolokvij iz STATISTIKE (27.5.2013, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. Dane so telesne višine (v centimetrih) za 12 posameznikov, ki tvorijo enostaven slučajen vzorec v neki populaciji:

   $$\{185, 179, 197, 186, 177, 166, 182, 179, 168, 195, 188, 193\}.$$

   Pri stopnji značilnosti 0.05 testirajte ničelno hipotezo, ki pravi, da aritmetična sredina celotne populacije znaša 180 cm, proti alternativni hipotezi, ki pravi, da je le ta večja.

2. Fakultetnega tekmovanja iz matematike se je udeležilo 7 študentov. Na tekmovanju je bilo mogoče doseči 16 točk. Spodaj so podani rezultati ter letnik študenta:

   $$(14, 1.\text{L}),\ (10, 1.\text{L}),\ (8, 2.\text{L}),\ (7, 3.\text{L}),\ (5, 2.\text{L}),\ (4, 1.\text{L}),\ (3, 1.\text{L}).$$

   Izračunajte Spearmanov korelacijski koeficient med letnikom in številom doseženih točk. Opredelite stopnjo koreliranosti.

3. V tabeli je prikazana ocena pri športni vzgoji za tri oddelke 4. razreda neke osnovne šole.

	MU	U	ZU
A	3	11	8
B	2	14	7
C	0	9	12

   Izračunajte Kruskal-Wallisov delež pojasnjene variance med oceno in oddelkom.

4. V tabeli so prikazani podatki o tipu napadalca (levo krilo, center, desno krilo) in tipu palice (leva oz. desna) za 84 napadalcev neke hokejske lige, ki tvorijo enostaven slučajen vzorec.

	levo krilo	center	desno krilo
leva palica	28	24	4
desna palica	4	12	12

   Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.01$ testirajte ničelno hipotezo, ki pravi, da sta tip napadalca in tip palice neodvisna, proti alternativni hipotezi, ki to zanika.

1. izpit iz STATISTIKE (19.6.2013, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. Dani so rezultati kolokvija pri predmetu Matematika. Rezultati so urejeni po velikosti, pri čemer je v vsaki vrstici, z izjemo zadnje, podano 20 rezultatov:

$$4, 5, 6, 10, 10, 11, 12, 13, 17, 17, 19, 19, 19, 19, 20, 21, 21, 22, 22, 25,$$
$$25, 26, 26, 27, 28, 29, 30, 30, 31, 31, 32, 32, 33, 33, 33, 34, 35, 36, 37, 37,$$
$$37, 37, 38, 39, 39, 39, 40, 40, 41, 41, 42, 42, 42, 43, 43, 43, 44, 44, 44, 44,$$
$$45, 46, 46, 47, 47, 47, 47, 48, 48, 48, 48, 49, 50, 50, 51, 51, 51, 51, 51, 52,$$
$$52, 52, 52, 52, 53, 54, 56, 56, 56, 56, 57, 57, 57, 57, 57, 57, 58, 58, 58, 58,$$
$$59, 59, 59, 61, 61, 61, 61, 61, 61, 62, 62, 64, 64, 65, 65, 65, 65, 65, 66, 66,$$
$$66, 66, 67, 68, 68, 69, 69, 70, 70, 70, 71, 72, 72, 72, 73, 73, 74, 74, 74, 74,$$
$$74, 75, 75, 75, 76, 77, 79, 81, 82, 82, 82, 83, 84, 84, 85, 86, 86, 92, 94$$

   Rezultate razdelite v razrede širine 10 ([0,10), [10,20),...). Za take razrede izračunajte relativne gostote frekvenc in jih skicirajte v histogramu. Izračunajte še interkvartilni razmik ter kvantil $q_{2/3}$.

2. Med vsemi hokejisti, ki niso vratarji, in so v rednem delu NHL sezone 2012/2013 odigrali vsaj eno tekmo, smo izbrali enostaven slučajen vzorec velikosti 40. Od tega je bilo 10 branilcev in 30 napadalcev. Določite 90% Agresti-Coullov interval zaupanja za delež branilcev v prej omenjeni populaciji. Ali interval pokriva pravo vrednost deleža, če veste, da je vseh branilcev 290, napadalcev pa 549?

3. Sedem študentov je pisalo izpit iz matematike. Za vsakega izmed njih imamo podatek oblike (X, Y), kjer je X število ur učenja, Y pa je dosežen rezultat na izpitu, pri čemer je bilo vseh točk 100.

$$(30, 31), (35, 47), (55, 60), (45, 70), (60, 75), (80, 95), (85, 72).$$

   Izračunajte Pearsonov korelacijski koeficient med obema spremenljivkama. Kako bi interpretirali rezultat?

4. Med vsemi hokejisti, ki niso vratarji, in so v rednem delu NHL sezone 2012/2013 odigrali vsaj eno tekmo, smo izbrali enostaven slučajen vzorec velikosti 40. V tabeli so prikazani podatki o tipu hokejista (branilec, napadalec) in o številu točk, ki jih je hokejist dosegel.

	od 0 do 4	od 5 do 14	od 15 do 29	od 30 do 39	vsaj 40
branilci	5	4	1	0	0
napadalci	8	6	10	4	2

   (a) Izračunajte delež relativnega ranga za napadalce v danem vzorcu.

   (b) Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ testirajte ničelno hipotezo, ki pravi, da sta tip hokejista in število doseženih točk nepovezani spremenljivki, proti alternativni hipotezi, ki pravi, da so bili napadalci v ligi pri doseganju točk bolj uspešni.

2. izpit iz STATISTIKE (20.8.2013, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. Na prvih osmih pripravljalnih tekmah Slovenske košarkarske reprezentance za EP2013 je skupno nastopilo 15 Slovenskih košarkarjev. Nihče izmed njih se med strelce ni vpisal na vseh osmih tekmah. Nekaj se jih je med strelce vpisalo na sedmih tekmah, en košarkar pa se je med strelce vpisal le na eni tekmi. V tabeli so podane kumulativne frekvence za število tekem, kjer se je igralec vpisal med strelce.

a_i	1	3	5	6	7
F_i	1	3	6	10	15

   Za število tekem, kjer se je igralec vpisal med strelce, izračunajte: frekvence, aritmetično sredino, standardno deviacijo, modus in mediano.

2. Med rezultati kolokvija pri predmetu Matematika smo izbrali enostaven slučajen vzorec velikosti 20:

$$6, 22, 28, 31, 32, 35, 39, 46, 52, 52, 53, 56, 57, 57, 58, 65, 67, 83, 84, 94.$$

   Rezultati so v procentih. Določite 90% interval zaupanja za kvantil $q_{2/3}$.

3. Za 11 avtomobilov je podana povprečna poraba goriva (v litrih na 100 km) ter vrsta goriva: dizel (D) oziroma bencin (B).

$$(6.0, D), (5.5, D), (8.5, B), (9.0, B), (7.0, D), (7.5, B),$$
$$(8.5, D), (5.8, D), (6.7, B), (9.2, B), (6.6, D).$$

   Izračunajte točkovni biserialni koeficient med porabo in vrsto goriva. Opredelite stopnjo koreliranosti.

4. Študenti na neki fakulteti so na koncu leta ocenjevali razlago nekega profesorja ter zahtevnost predmeta, ki ga poučuje. Pri tem so imeli na voljo ocene od 1 do 5. Spodaj so podatki (X, Y) za enostaven slučajen vzorec sestavljen iz ocen sedmih študentov. Pri tem je X ocena za razlago, Y pa je ocena za zahtevnost predmeta. S pomočjo Pearsonovega korelacijskega koeficienta testirajte ničelno hipotezo, ki pravi, da sta ocena za razlago in ocena za zahtevnost predmeta nekorelirani, proti alternativni hipotezi, ki pravi, da sta obe oceni negativno korelirani. Upoštevajte stopnjo značilnosti $\alpha = 0.05$.

$$(5, 3), (3, 4), (2, 5), (5, 5), (1, 5), (2, 4), (3, 5).$$

3. izpit iz STATISTIKE (3.9.2013, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. Na vseh 24 tekmah skupinskega dela evropskega prvenstva v nogometu (EURO2012) je padel vsaj en zadetek, nikoli pa ni padlo več kot pet zadetkov. V spodnji tabeli so prikazane frekvece o številu zadetkov na tekmo, ki sta jih dosegli obe sodelujoči reprezentanci.

a_i	1	2	3	4	5
f_i	6	8	5	2	3

   Za zgornje podatke določite modus, aritmetično sredino, standardno deviacijo, kvantila $q_{1/3}$ in $q_{0.8}$ ter kumulativne frekvence.

2. Obiskovalce nekega muzeja smo razdelili na upokojence in neupokojence ter na tujce in domačine.

	neupokojenci	upokojenci
domačini	35	5
tujci	86	51

   Izračunajte Cramérjev koeficient med obema spremenljivkama. Opredelite stopnjo asociiranosti.

3. Med rezultati kolokvija pri predmetu Matematika smo izbrali enostaven slučajen vzorec velikosti 20:

$$6, 22, 28, 31, 32, 35, 39, 46, 52, 52, 53, 56, 57, 57, 58, 65, 67, 83, 84, 94.$$

   Rezultati so v procentih. Določite 95% Agresti-Coullov interval zaupanja za delež študentov, ki so zbrali vsaj 50%.

4. Srečko in Jerica sta odigrala 50 rund igre "Kamen, papir, škarje". Pri tem je Srečko zmagal 20 krat, Jerica 16 krat, 14 krat pa se je igra končala neodločeno. Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ testirajte ničelno hipotezo, ki pravi, da ima izid te igre porazdelitev

$$\begin{pmatrix} \text{Srečko zmaga} & \text{neodločeno} & \text{Jerica zmaga} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix},$$

   proti alternativni hipotezi, ki to zanika. Ali lahko ničelno hipotezo zavrnemo?

POGLAVJE 3

Šolsko leto 2011/2012

1. kolokvij iz STATISTIKE (25.3.2012, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. Za 22 partenerskih zvez imamo podatke o številu otrok:

$$0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4.$$

   Za zgornje podatke izračunajte: aritmetično sredino, standardno deviacijo, modus, mediano in interkvartilni razmik.

2. Med leti 1993-1997 je bilo v zvezni državi North Carolina za umor obtoženih 1521 ljudi. V tabeli so podatki o tem, ali je v danem primeru bila dosojena smrtna kazen. Pri tem so primeri razdeljeni v 4 skupine glede na raso obtoženega in raso žrtve:

$$\begin{aligned} BB &= \text{ obtoženi in žrtev oba belca,} \\ TT &= \text{ niti obtoženi niti žrtev ni belec,} \\ BT &= \text{ obtoženi belec, žrtev ni belec,} \\ TB &= \text{ žrtev belec, obtoženi ni belec.} \end{aligned}$$

	smrtna obsodba	brez smrtne obsodbe
BB	33	508
TT	29	587
BT	4	76
TB	33	251

   Naj bo X skupina, v katero je primer razvrščen (BB, TT, BT ali TB), Y pa naj bo zaključek primera (smrtna obsodba ali brez smrtne obsodbe). Izračunajte Cramérjev koeficient med spremenljivkama X in Y.

3. V tabeli so podani podatki za 1217 žensk, ki so jim odkrili raka na dojki. Prikazana je starost ob diagnozi (X) ter podatek o samopregledu dojk (Y). Izračunajte Spearmanov korelacijski koeficient med obema spremenljivkama.

X/Y	nikoli	občasno	mesečno
manj kot 45 let	51	90	92
med 45 in 60 let	155	200	150
nad 60 let	172	198	109

4. V nedeljo 22. aprila je v hokejski ligi NHL nastopilo 6 moštev: PHI, PIT, WAS, BOS, LAK in VAN. V spodnji tabeli je za posamezno moštvo prikazano število igralcev, ki je stopilo na led, ter skupno število kazenskih minut. Naj bo X število kazenskih minut posameznega igralca in naj bo S ekipa, v kateri je igralec. Izračunajte delež pojasnjene variance med spremenljivkama X in S. Standardna deviacija za spremenljivko X znaša 0.99 minute.

	PHI	PIT	WAS	BOS	LAK	VAN
število igralcev	19	19	19	19	19	19
skupne kazenske minute cele ekipe	10	6	12	10	8	6

2. kolokvij oz. računski del izpita iz STATISTIKE
(12.6.2012, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. V spodnji tabeli so podatki za prvih 15 uvrščenih smučarjev na tekmi superkombinacije v Wengnu (2012). V tretjem stolpcu je podatek o tem ali je smučarju bližje slalom ali smuk (glede na zbrane točke ipd.). Izračunajte Herrnstein–Vargha–Delaneyje koeficient med spremenljivkama X (uvrstitev) in S.

X	tekmovalec	S
1	Kostelić	slalomist
2	Feuz	smukač
3	Miller	smukač
4	Pinturault	smukač
5	Zrnčić Dim	smukač
6	Ligety	slalomist
7	Raich	slalomist
8	Paris	smukač
9	Jansrud	smukač
10	Marsaglia	smukač
11	Sieber	smukač
12	Zurbriggen	smukač
13	Schoerghofer	slalomist
14	Innerhofer	smukač
15	Mayer	smukač

2. V tabeli so prikazani podatki o 10 hokejskih ekipah v ligi EBEL (stanje po 46 kolih v sezoni 2010/2011). Spremenljivka X predstavlja število doseženih zmag, spremenljivka Y pa predstavlja razliko med doseženimi in prejetimi zadetki posamezne ekipe. Izračunajte Pearsonov korelacijski koeficient med spremenljivkama X in Y.

	KAC	RBS	VIC	VSV	G99	MZA	OLL	EHL	AVS	HKJ
X	31	28	27	24	23	20	20	22	17	18
Y	34	27	38	3	9	6	-33	-7	-45	-29

3. Janez pošilja Katarini kodirana sporočilca v obliki črt in pik. Na poti se spremeni v črtico $\frac{2}{5}$ oddanih pik in se spremeni v piko $\frac{1}{3}$ oddanih črt. V zadnjem sporočilu je Janez oddal $62,5\%$ pik. Privzemite, da so pike in črte v sporočilu razporejene na slepo.
   (a) Kolikšna je verjetnost, da je prvi znak v prejetem sporočilu črta?
   (b) Katarina je kot prvi znak prejela črto. Kolikšna je (pogojna) verjetnost, da je Janez črto tudi oddal?

4. V skupini petih ljudi sta dva fanta in tri dekleta. Med njimi naključno in naslepo izberemo dve osebi. Naj bo X število deklet med izbranima osebama.
   (a) Določite porazdelitev slučajne spremenljivke X.
   (b) Izračunajte matematično upanje in varianco slučajne spremenljivke X.
   (c) Recimo, da bi v skupini bilo 15 ljudi, od tega 5 fantov in 10 deklet. Koliko bi v tem primeru znašala verjetnost $P(X = 2)$?

2. računski del izpita iz STATISTIKE

(27.6.2012, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. Na vseh 24 tekmah skupinskega dela evropskega prvenstva v nogometu (EURO2012) je padel vsaj en zadetek, nikoli pa ni padlo več kot pet zadetkov. V spodnji tabeli so prikazane kumulativne frekvece o številu zadetkov na tekmo, ki sta jih dosegli obe sodelujoči reprezentanci.

a_i	1	2	3	4	5
F_i	6	14	19	21	24

   Za zgornje podatke določite modus, aritmetično sredino, standardno deviacijo ter kvantila $q_{1/3}$ in $q_{0.8}$. Določite število tekem, kjer so padli natanko trije zadetki.

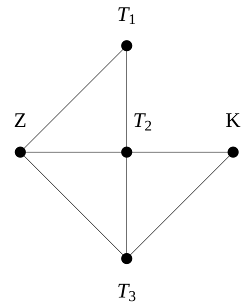
2. V spodnji tabeli so podatki o nacionalnosti petnajstih najboljših strelcev v rednem delu hokejske lige NHL. Izračunajte Kruskal-Wallisov delež pojasnjene variance med spremenljivkama U (mesto na lestivici) in S (nacionalnost).

U	1	2	3	4	5	6	7
S	RUS	KAN	KAN	KAN	RUS	ZDA	KAN

8	9	10	11	12	13	14	15
KAN	ŠVE	ČEŠ	ŠVE	SVK	KAN	KAN	SVK

3. Slepi krt se plazi po rovih kot je narisano na sliki. V vsakem koraku se iz dane točke naključno premakne v eno izmed sosednjih točk z enako verjetnostjo (nikoli ne ostane v isti točki). Na začetku se krt nahaja v točki Z.

   (a) Kolikšna je verjetnost, da se bo po dveh korakih nahajal v točki K?
   (b) Če se po dveh korakih nahaja v točki K, kolikšna je (pogojna) verjetnost, da se je po prvem koraku nahajal v točki T_2?



4. Ruletni cilinder ima 37 izsekov, ki so oštevilčeni od 0 do 36. Janez v vsaki igri stavi 1$ na številko 17. V primeru zmage v posamezni igri je njegov čisti dobiček enak 35$, v nasprotnem pa stavo izgubi. Naj bo X_1 Janezov čisti dobiček (oz. izguba) v prvi igri.
   (a) Opišite porazdelitev slučajne spremenljivke X_1.
   (b) Izračunajte matematično upanje in varianco slučajne spremenljivke X_1.
   (c) S pomočjo centralnega limitnega izreka ocenite verjetnost, da po 1000 igrah Janez ni v izgubi (predpostavite, da ima dovolj denarja, da lahko odigra 1000 iger).

3. računski del izpita iz STATISTIKE
(17.8.2012, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. Za članice Evropske unije imamo podatke o številu osvojenih kolajn na olimpijskih igrah v Londonu:

$$0,0,0,1,1,2,2,2,2,3,3,4,4,5,5,8,9,9,10,10,17,17,20,28,34,44,65.$$

   Koliko je vseh članic? Za zgornje podatke določite modus, aritmetično sredino, standardno deviacijo, oba tercila in vse kvartile.

2. V anketi je bilo 75 odraslih povprašanih o najljubšem načinu rekreacije. Rezultati ankete so podani v tabeli.

spol \ rekreacija	aerobika	tek	igre z žogo
moški	2	20	16
ženski	22	14	1

   Izračunajte Cramérjev koeficient asociiranosti med obema spremenljivkama (spol in rekreacija). Kako bi interpretirali rezultat?

3. Imamo dve pošteni igralni kocki: rdečo in modro. Vsako izmed kock enkrat vržemo, pri čemer sta meta neodvisna. Naj bo A dogodek, da je vsota pik na obeh kockah enaka 4. Naj bo B dogodek, da je število pik na modri kocki za natanko 2 večje od števila pik na rdeči kocki.
   (a) Izračunajte verjetnost dogodka A in verjetnost dogodka B.
   (b) Ali sta dogodka A in B neodvisna? Odgovor utemeljite z ustreznim računom.

4. Podano imamo navzkrižno (=skupno) porazdelitev slučajnih spremenljivk X in Y:

$X \backslash Y$	0	2	6
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	0
4	$\frac{1}{18}$	0	$\frac{1}{9}$
6	$\frac{1}{36}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{18}$

   (a) Določite (robno) porazdelitev slučajne spremenljivke X in (robno) porazdelitev slučajne spremenljivke Y.
   (b) Izračunajte varianco slučajne spremenljivke X in varianco slučajne spremenljivke Y.

4. računski del izpita iz STATISTIKE

(31.8.2012, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. Za 24 partnerskih zvez so v tabeli podane kumulativne frekvence o številu otrok. V nobeni zvezi ni več kot štirih otrok.

a_i	0	1	2	3	4
F_i	3	10	16	22	24

   Za podatke o številu otrok izračunajte: aritmetično sredino, standardno deviacijo, modus ter kvantila $q_{0.2}$ in $q_{2/3}$.

2. Podjetje, ki se ukvarja s tržnimi raziskavami, je hotelo izmeriti povezanost med osebnostjo meščanov (X) in naklonjenostjo k uporabi/nakupu majhnih avtomobilov (Y). Za ta namen je 299 odraslih meščanov rešilo vprašalnik, na podlagi katerega so bili uvrščeni v tri osebnostne razrede: konzervativec, zmernež, avanturist. Istih 299 meščanov se je nato izreklo tudi glede majhnih avtomobilov: nenaklonjen, nevtralen, naklonjen. V spodnji tabeli so podatki iz ankete. Izračunajte Spearmanov korelacijski koeficient med spremenljivkama X in Y. Kako bi interpretirali rezultat?

$Y\backslash X$	konzervativec	zmernež	avanturist
nenaklonjen	10	34	42
nevtralen	10	8	9
naklonjen	79	58	49

3. Imamo dve pošteni igralni kocki: rdečo in modro. Vsako izmed kock enkrat vržemo, pri čemer sta meta neodvisna. Naj bo A dogodek, da padejo vsaj 4 pike tako na modri kot tudi na rdeči kocki. Naj bo B dogodek, da je število pik na modri kocki za natanko 2 večje od števila pik na rdeči kocki.
   (a) Izračunajte verjetnost dogodka A in verjetnost dogodka B.
   (b) Ali sta dogodka A in B neodvisna? Odgovor utemeljite z ustreznim računom.

4. Srečko in Jerica bosta odigrala 1000 rund igre "Kamen, papir, škarje". V vsaki rundi vsak od njiju naključno in na slepo izbere enega od treh predmetov (kamen, papir ali škarje). Če oba izbereta enak predmet, je runda neodločena. Če pa izbereta različna predmeta, je eden od njiju rundo dobil, drugi pa izgubil (kamen premaga škarje, škarje premagajo papir, papir premaga kamen). Privzemite, da je izbira predmetov v posamezni rundi neodvisna od izbire v ostalih rundah. Prav tako privzemite, da Srečko in Jerica izbirata predmete neodvisno drug od drugega.
   (a) Določite matematično upanje in varianco slučajne spremenljivke
   $$X_1 = \begin{cases} 1, & \text{če v prvi rundi zmaga Srečko,} \\ 0, & \text{če je prva runda neodločena,} \\ -1, & \text{če v prvi rundi zmaga Jerica.} \end{cases}$$
   (b) S pomočjo centralnega limitnega izreka ocenite verjetnost, da bo po odigranih 1000 rundah število Srečkovih zmag za vsaj 30 večje od števila Jeričinih zmag.

Računski del izpita iz STATISTIKE

(4.2.2013, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. Podana je uspešnost študentov pri izpitih v nekem letniku:

Število opravljenih izpitov	5	4	3	2	1	0
Število študentov	3	10	17	20	7	2

   Za število opravljenih izpitov določite aritmetično sredino, standardno deviacijo, modus in mediano.

2. Podana je tabela s podatki o številu dni, ki jih je izbrana oseba (z obilico prostega časa) namenila svojim hobijem po posameznih letih:

leto	2008	2009	2010	2011	2012
št. dni surfanja	91	86	65	100	96
št. dni smučanja	26	30	35	24	18

   Izračunajte Pearsonov korelacijski koeficient med številom dni surfanja (X) in številom dni smučanja (Y). Kako bi interpretirali rezultat?

3. Imamo dve posodi. V prvi je 7 belih in 5 črnih kroglic. V drugi sta 2 beli in 4 črne kroglice. Iz prve posode miže prestavimo eno kroglico v drugo posodo. Nato iz druge posode na slepo izvlečemo eno kroglico. Kolikšna je verjetnost, da je ta kroglica bela?

4. Za slučajno spremenljivko

$$X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 & 8 \\ 0.2 & 0.1 & 0.3 & a & 0.1 \end{pmatrix}$$

   določite število a ter izračunajte matematično upanje in varianco.

POGLAVJE 4

Šolsko leto 2010/2011

Poskusni kolokvij

1. Hokejska ekipa Los Angeles Kings ima trenutno (po 25 kolih) v svojem moštvu vključenih 26 igralcev (brez vratarjev). Spodaj so podani podatki o doseženih točkah teh igralcev. Določi vse tri kvartile in izračunaj standardno deviacijo.

$$\{0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 15, 15, 16, 18, 24, 25\}$$

2. V tabeli so podani podatki o številu doseženih točk igralcev v ligi NHL (stanje na 8. december). Tako je npr. 55 igralcev doseglo vsaj 20 točk a manj kot 30. Izračunaj relativne gostote, deleže igralcev v posameznem razredu pa predstavi v histogramu (na 'y-osi' naj bodo relativne gostote, na 'x-osi' pa naj bodo razvidne širine posameznih razredov).

[0,5)	[5,10)	[10,15)	[15,20)	[20,30)	[30,50)
292	177	125	77	55	10

3. V tabeli so prikazani podatki o 10 hokejskih ekipah v ligi EBEL (stanje po 25 kolih). Spremenljivka X predstavlja mesto na lestvici, spremenljivka Y pa predstavlja 'rangiranje' ekipe glede na število prejetih golov v igri z igralcem manj. Ekipa KAC je torej trenutno vodilna v ligi. Ekipi VIC in G99 sta prejeli enako število golov v igri z igralcem manj, edina boljša ekipa v tem elementu pa je EHL. Izračunaj Spearmanov korelacijski koeficient med spremenljivkama X in Y.

	KAC	RBS	VIC	VSV	G99	MZA	OLL	EHL	AVS	HKJ
X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	4	5	2	8	2	9	6	1	7	10

4. V tabeli so podani podatki o številu odločilnih golov (X) ter o številu golov, ki so bili doseženi z igralcem manj (Y) za 363 igralcev v hokejski ligi EBEL (stanje po 25 kolih). Izračunajte Pearsonov korelacijski koeficient med obema spremenljivkama.

$X\backslash Y$	0	1	2
0	274	11	1
1	42	5	0
2	13	2	1
3	6	4	0
4	2	2	0

1. kolokvij iz STATISTIKE, skupina A

(13.12.2010, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. Na koncu šolskega leta je 29 študentov ocenilo razlago asistenta pri nekem predmetu. Študenti so mu lahko dodelili 1, 2, 3, 4 ali 5 točk. Ocene in njihove frekvence so prikazane v priloženi tabeli. Določite modus, izračunajte mediano in aritmetično sredino ter standardizirajte vrednosti ocen.

ocene	1	2	3	4	5
frekvence	5	2	2	3	17

2. Spodaj so podane maksimalne dnevne vrednosti ozona za 111 dni v nekem mestu. Najmanjša maksimalna dnevna vrednost znaša 14 *ppb* (tj. 14 delcev ozona na milijardo delcev), največja maksimalna dnevna vrednost pa 240 *ppb*. Za lažji pregled so podatki urejeni po velikosti (v prvih petih vrsticah je po 20 podatkov, v zadnji vrstici pa je 11 podatkov). Vrednosti ozona skicirajte v histogramu tako, da podatke pogrupirate v razrede enake širine, širina posameznega razreda pa naj bo številu $\frac{2 \cdot IQR}{\sqrt[3]{n}}$ najbližje celo število, ki je deljivo s 5 $(5, 10, 15, 20, \ldots)$. Določite še vrednost prvega tercila $q_{1/3}$.

$$\{14, 14, 23, 24, 24, 24, 27, 28, 28, 31, 31, 32, 32, 37, 38, 38, 38, 38, 38, 40,$$
$$46, 47, 47, 47, 47, 51, 52, 55, 59, 60, 61, 64, 64, 64, 66, 68, 68, 68, 71, 71,$$
$$71, 71, 72, 72, 73, 75, 80, 80, 80, 80, 82, 82, 83, 85, 86, 87, 87, 87, 89, 91,$$
$$92, 94, 94, 98, 99, 100, 101, 103, 103, 103, 111, 113, 113, 114, 118, 119, 119, 122, 122, 124,$$
$$124, 124, 125, 125, 131, 133, 134, 136, 141, 142, 143, 146, 150, 152, 155, 169, 169, 170, 173, 174,$$
$$188, 192, 196, 201, 202, 202, 206, 212, 215, 230, 240\}$$

3. Študenti na neki fakulteti so na koncu leta ocenjevali razlago profesorjev ter zahtevnost predmetov, ki jih poučujejo. Pri tem so imeli na voljo enake ocene kot je opisano v 1. nalogi. Spodaj so podani podatki (X, Y) za 8 profesorjev, pri čemer je X aritmetična sredina ocen, ki so se nanašale na razlago profesorja, Y pa je aritmetična sredina ocen, ki so se nanašale na zahtevnost predmeta. Izračunajte Pearsonov korelacijski koeficient med spremenljivkama X in Y.

$$(2.1, 4.9), (4.8, 3.1), (3.9, 4.0), (1.6, 4.8), (4.1, 3.0), (4.7, 3.2), (4.4, 2.5), (3.6, 3.4).$$

4. V tabeli so podani podatki za 452 žensk o pitju alkohola pred nosečnostjo in vnosu nikotina med nosečnostjo.

   Pri zaužitju alkoholu so bile ženske razdeljene v 4 kategorije: kategorija A (ženske, ki niso pile alkohola), kategorija B $(0.01 - 0.10$ unče na dan), kategorija C $(0.11 - 0.99$ unče na dan); kategorija D (vsaj 1 unča na dan). Opomba: 1 unča $= 28.35$ grama.

   Pri nikotinu so bile ženske razdeljene v 3 kategorije glede na dnevni vnos: kategorija a (nekadilke), kategorija b $(1-15$ miligramov), kategorija c (vsaj 16 miligramov).

   Izračunajte Spearmanov koeficient med obema spremenljivkama.

	a	b	c
A	105	7	11
B	58	5	13
C	84	37	42
D	57	16	17

1. kolokvij iz STATISTIKE, skupina B

(13.12.2010, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. Na koncu šolskega leta je 29 študentov ocenilo razlago profesorja pri nekem predmetu. Študenti so mu lahko dodelili 1, 2, 3, 4 ali 5 točk. Ocene in njihove frekvence so prikazane v priloženi tabeli. Določite modus, izračunajte mediano in aritmetično sredino ter standardizirajte vrednosti ocen.

ocene	1	2	3	4	5
frekvence	4	2	3	4	16

2. Spodaj so podane maksimalne dnevne vrednosti ozona za 111 dni v nekem mestu. Najmanjša maksimalna dnevna vrednost znaša 17 *ppb* (tj. 17 delcev ozona na milijardo delcev), največja maksimalna dnevna vrednost pa 240 *ppb*. Za lažji pregled so podatki urejeni po velikosti (v prvih petih vrsticah je po 20 podatkov, v zadnji vrstici pa je 11 podatkov). Vrednosti ozona skicirajte v histogramu tako, da podatke pogrupirate v razrede enake širine, širina posameznega razreda pa naj bo številu $\frac{2 \cdot IQR}{\sqrt[3]{n}}$ najbližje celo število, ki je deljivo s 5 $(5, 10, 15, 20, \ldots)$. Določite še vrednost prvega tercila $q_{1/3}$.

$$\{17, 17, 23, 24, 24, 24, 27, 28, 28, 31, 31, 32, 32, 37, 38, 38, 38, 38, 38, 40,$$
$$46, 47, 47, 47, 47, 51, 52, 57, 59, 60, 61, 64, 64, 64, 66, 68, 69, 69, 71, 71,$$
$$71, 71, 72, 72, 73, 75, 80, 80, 80, 80, 82, 82, 83, 85, 86, 87, 87, 87, 89, 91,$$
$$92, 94, 94, 98, 99, 100, 101, 103, 103, 103, 111, 113, 113, 114, 118, 119, 119, 122, 122, 124,$$
$$124, 124, 125, 125, 131, 133, 134, 136, 141, 142, 143, 146, 150, 152, 155, 169, 169, 170, 173, 174,$$
$$188, 192, 196, 201, 202, 202, 206, 212, 215, 230, 240\}$$

3. Študenti na neki fakulteti so na koncu leta ocenjevali razlago asistentov ter zahtevnost predmetov, ki jih poučujejo. Pri tem so imeli na voljo enake ocene kot je opisano v 1. nalogi. Spodaj so podani podatki (X, Y) za 8 asistentov, pri čemer je X aritmetična sredina ocen, ki so se nanašale na zahtevnost predmeta, Y pa je aritmetična sredina ocen, ki so se nanašale na razlago asistenta. Izračunajte Pearsonov korelacijski koeficient med spremenljivkama X in Y.

$$(4.9, 2.1), (3.1, 4.8), (4.0, 3.9), (4.5, 1.5), (3.0, 4.1), (3.2, 4.7), (2.5, 4.4), (3.4, 3.6).$$

4. V tabeli so podani podatki za 452 žensk o pitju alkohola pred nosečnostjo in vnosu nikotina med nosečnostjo.

   Pri nikotinu so bile ženske razdeljene v 3 kategorije glede na dnevni vnos: kategorija a (nekadilke), kategorija b $(1-15$ miligramov), kategorija c (vsaj 16 miligramov).

   Pri zaužitju alkoholu so bile ženske razdeljene v 4 kategorije: kategorija A (ženske, ki niso pile alkohola), kategorija B $(0.01 - 0.10$ unče na dan), kategorija C $(0.11 - 0.99$ unče na dan); kategorija D (vsaj 1 unča na dan). Opomba: 1 unča = 28.35 grama.

   Izračunajte Spearmanov koeficient med obema spremenljivkama.

	A	B	C	D
a	105	58	84	57
b	7	6	36	16
c	11	13	42	17

2. kolokvij iz STATISTIKE, skupina A

(17.1.2011, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. V kontingenčni tabeli so podani podatki za številko čevljev X ter barvo las S za 75 ljudi določene populacije. Izračunaj delež pojasnjene variance med spremenljivkama X in S.

$S\backslash X$	38	39	40	41
črna	7	5	5	8
rjava	8	7	10	12
blond	5	4	2	2

2. V tovarni imajo dva stroja za izdelavo izdelkov določenega tipa. Starejši stroj S_1 naredi 80% izdelkov, novejši stroj S_2 pa ima manjšo kapaciteto in naredi 20% izdelkov. Med izdelki, ki jih naredi stroj S_1 je 0.5% takih, ki so defektni. Med izdelki, ki jih naredi stroj S_2 je 0.1% takih, ki so defektni.

   (a) Naključno izberemo en izdelek. Kolikšna je verjetnost, da je defekten?

   (b) Izbrani izdelek je bil defekten. Kolikšna je verjetnost, da ga je naredil stroj S_2?

3. Za določeno populacijo ljudi se izkaže, da višino posameznika dobro opiše normalna porazdelitev s parametroma $\mu = 175\,\text{cm}$ in σ. Kolikšna je vrednost parametra σ, če veš, da je kvantil $q_{1/3}$ enak $165\,\text{cm}$? Kolikšen delež populacije ima manj kot $160\,\text{cm}$?

4. Imamo 8-strano nepošteno igralno kocko. Ena stran kocke je označena z 1 piko, ena stran s 4 pikami, po tri strani pa so označene z 2 oz. 3 pikami. Naj bo X število padlih pik pri enem metu.

   (a) Opiši porazdelitev slučajne spremenljivke X.

   (b) Izračunaj matematično upanje in varianco za X.

   (c) Omenjeno kocko vržemo 45 krat. S pomočjo centralnega limitnega izreka približno izračunaj verjetnost, da skupno število pik padlih v 45 metih ni preseglo 100.

2. kolokvij iz STATISTIKE, skupina B

(17.1.2011, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. V kontingenčni tabeli so podani podatki za številko čevljev X ter barvo las S za 71 ljudi določene populacije. Izračunaj delež pojasnjene variance med spremenljivkama X in S.

$S\backslash X$	39	40	41	42
črna	5	5	8	6
rjava	7	10	12	8
blond	4	2	2	2

2. V tovarni imajo dva stroja za izdelavo izdelkov določenega tipa. Novejši stroj S_1 ima manjšo kapaciteto in naredi 1/4 vseh izdelkov, starejši stroj S_2 pa naredi 3/4 izdelkov. Med izdelki, ki jih naredi stroj S_1 je 0.2% takih, ki so defektni. Med izdelki, ki jih naredi stroj S_2 je 0.4% takih, ki so defektni.

   (a) Naključno izberemo en izdelek. Kolikšna je verjetnost, da je defekten?

   (b) Izbrani izdelek je bil defekten. Kolikšna je verjetnost, da ga je naredil stroj S_1?

3. Za določeno populacijo ljudi se izkaže, da višino posameznika dobro opiše normalna porazdelitev s parametroma μ in $\sigma = 8\,\mathrm{cm}$. Kolikšna je vrednost parametra μ, če veš, da je kvantil $q_{2/3}$ enak 180 cm? Kolikšen delež populacije ima več kot 170 cm?

4. Imamo 8-strano nepošteno igralno kocko. Ena stran kocke je označena z 1 piko, ena stran s 3 pikami, štiri strani igralne kocke so označene z 2 pikami, dve strani pa sta označeni s 4 pikami. Naj bo X število padlih pik pri enem metu.

   (a) Opiši porazdelitev slučajne spremenljivke X.

   (b) Izračunaj matematično upanje in varianco za X.

   (c) Omenjeno kocko vržemo 45 krat. S pomočjo centralnega limitnega izreka približno izračunaj verjetnost, da je skupno število pik padlih v 45 metih preseglo 100.

Računski del izpita iz STATISTIKE

(9.2.2011, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. V tabeli so prikazani podatki o številu doseženih zadetkov hokejske ekipe LA Kings po 53 kolih lige NHL. Primer: na treh tekmah se je zgodilo, da so zabili 6 golov. Določite modus, izračunajte mediano in aritmetično sredino ter določite prvi kvartil $q_{0.25}$ za število zadetkov na tekmi.

število golov na tekmi	frekvence
0	4
1	9
2	12
3	12
4	8
5	5
6	3

2. V tabeli so prikazani podatki o 10 hokejskih ekipah v ligi EBEL (stanje po 46 kolih). Spremenljivka X predstavlja število doseženih zmag, spremenljivka Y pa predstavlja razliko med doseženimi in prejetimi zadetki posamezne ekipe. Izračunajte Pearsonov korelacijski koeficient med spremenljivkama X in Y.

	KAC	RBS	VIC	VSV	G99	MZA	OLL	EHL	AVS	HKJ
X	31	28	27	24	23	20	20	22	17	18
Y	34	27	38	3	9	6	-33	-7	-45	-29

3. Imamo poseben pošten kovanec, ki ima eno stran označeno z 1 piko drugo stran pa brez pik oz. z 0 pikami. Igramo se naslednjo igro. Če v prvem metu kovanca pade 1 pika, potem kovanec vržemo še enkrat, sicer pa kovanca ne mečemo več. Po morebitnem drugem metu kovanca se igra konča (kovanec torej vržemo enkrat ali dvakrat). Naj bo X skupno število padlih pik v eni igri. Opišite porazdelitev slučajne spremenljivke X (odgovor ustrezno utemeljite). Izračunajte še matematično upanje in varianco za X.

4. Čas, potreben za odgovore na vprašanja izpita desetih na slepo izbranih študentov, je naslednji:

$$70, 75, 80, 80, 75, 70, 95, 85, 85, 60 \qquad \text{(v minutah)}.$$

Na podlagi zgornjega vzorca izračunajte 95% interval zaupanja za aritmetično sredino časa, potrebnega za izpit. Pri tem privzamite, da je standardna deviacija za čas reševanja znana in znaša 10 minut.

Računski del izpita iz STATISTIKE

(17.6.2011, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. Podani so podatki o dolžini smuči (cm) za populacijo 113 smučarjev. Izračunaj aritmetično sredino, standardno deviacijo ter kvantila $q_{0.05}$ in $q_{0.95}$ za dolžino smuči. Natančno koliko **procentov** smučarjev te populacije ima dolžino smuči v intervalu $[q_{0.05}, q_{0.95}]$?

   Opomba: podatki so urejeni po velikosti. Z izjemo zadnje vrstice je v vsaki vrstici 15 podatkov.

$$\{150, 150, 150, 150, 155, 155, 155, 155, 155, 155, 155, 155, 155, 155, 155,$$
$$155, 155, 155, 155, 155, 155, 160, 160, 160, 160, 160, 160, 160, 160, 160,$$
$$160, 160, 160, 160, 160, 160, 165, 165, 165, 165, 165, 165, 165, 165, 165,$$
$$165, 165, 165, 165, 165, 165, 165, 165, 165, 165, 165, 170, 170, 170, 170,$$
$$170, 170, 170, 170, 170, 170, 170, 170, 170, 170, 170, 170, 170, 170, 170,$$
$$170, 170, 170, 175, 175, 175, 175, 175, 175, 175, 175, 175, 175, 175, 175,$$
$$175, 175, 175, 175, 175, 175, 175, 175, 175, 175, 175, 175, 180, 180, 180,$$
$$180, 180, 180, 185, 185, 185, 185, 185\}$$

2. V tabeli so podani podatki za 1216 žensk, ki so jim odkrili raka na dojki. Prikazana je starost ob diagnozi (X) ter podatek o samopregledu dojk (Y). Izračunaj Spearmanov korelacijski koeficient med obema spremenljivkama.

$X \backslash Y$	nikoli	občasno	mesečno
manj kot 45 let	51	90	91
med 45 in 60 let	155	200	150
nad 60 let	172	198	109

3. Na izpit iz Statistike je prišlo 50 študentov, od katerih jih je 39 preštudiralo poglavji iz verjetnosti in vzorčenja, ostalih 11 pa ne. Verjetnost, da izpit opravi študent, ki je poglavji preštudiral, je 0.8, verjetnost, da izpit opravi nepripravljen študent pa je 0.15.

   (a) Kolikšna je verjetnost, da slučajno izbrani študent opravi izpit?

   (b) Na slepo izberemo enega študenta in ugotovimo, da je opravil izpit. Kolikšna je verjetnost, da se izbrani študent (kljub zanj ugodnemu razpletu) ni naučil poglavij iz verjetnosti in vzorčenja?

4. (a) Teža posameznika v populaciji A je porazdeljena približno normalno s parametroma $\mu = 70$ kg in $\sigma = 10$ kg. Določi kvantila $q_{0.05}$ in $q_{0.95}$.

   (b) Teža posameznika v populaciji B (ta je zelo velika) ima standardno deviacijo enako 10 kg. Iz populacije naključno izberemo 15 posameznikov. Njihove telesne teže znašajo

$$\{68, 80, 61, 62, 69, 67, 77, 78, 68, 63, 79, 69, 70, 77, 62\}.$$

   Določi 90% interval zaupanja za aritmetično sredino populacije.

Računski del izpita iz STATISTIKE

(24.8.2011, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. V vsaki ponovitvi eksperimenta vržemo 5 (nepoštenih) kovancev in preštejemo število padlih grbov. V seznamu so napisani podatki za 40 ponovitev eksperimenta. Določi aritmetično sredino, standardno deviacijo in kvantil $q_{0.8}$ za število padlih grbov.

   Opomba: podatki so urejeni po velikosti.

$$\{0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,\\ 1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,3,3,4\}$$

2. Podani so podatki (X, Y) za 8 branilcev hokejskega moštva. Podatek X predstavlja število točk, ki jih je posamezni igralec dosegel v sezoni. Podatek Y predstavlja odstotek zadetih strelov skozi celo sezono. Izračunaj Pearsonov korelacijski koeficient med obema spremenljivkama.

$$(42,3.3),(40,7.9),(16,6.8),(15,4.3),(11,4),(10,8.5),(5,0.0),(4,8.3).$$

3. Za prevoz tovora iz mesta A v mesto B imamo tri možnosti: železnica, cesta, zrak. Polovica blaga potuje po železnici, 30% po cesti, ostalo pa potuje z letali. Po izkušnjah se na poti poškoduje 10% cestnega, 5% železniškega in le 2% letalskega tovora.
   (a) Kolikšen delež vsega tovora je ob prihodu na cilj poškodovanega?
   (b) Kolikšna je verjetnost, da je bila pošiljka, ki pride na cilj poškodovana, transportirana po kopnem?

4. Pri referendumu je na vzporednih volitvah sodelovalo 1500 volilcev. Od teh je 358 glasovalo ZA, 1142 pa jih je glasovalo PROTI. Naj bo p delež celotne populacije volilcev, ki so glasovali ZA. Določi 95% interval zaupanja za p.

Računski del izpita iz STATISTIKE

(1.2.2012, FAMNIT-BIOPSIHOLOGIJA)

Vse odgovore je potrebno podkrepiti z ustreznimi izračuni. Veliko sreče!

1. Študenti na neki fakulteti so na koncu leta ocenjevali razlago asistentov ter zahtevnost predmetov, ki jih poučujejo. Pri tem so imeli na voljo ocene od 1 do 5. Spodaj so podani podatki (X, Y) za 7 asistentov, pri čemer je X aritmetična sredina ocen, ki so se nanašale na zahtevnost predmeta, Y pa je aritmetična sredina ocen, ki so se nanašale na razlago asistenta. Izračunajte Pearsonov korelacijski koeficient med spremenljivkama X in Y.

$$(4.9, 2.1), (3.1, 4.8), (4.0, 3.9), (4.5, 1.8), (3.1, 4.1), (3.2, 4.7), (2.8, 4.4)$$

2. V tabeli so podani podatki za 1217 žensk, ki so jim odkrili raka na dojki. Prikazana je starost ob diagnozi (X) ter podatek o samopregledu dojk (Y). Izračunajte Spearmanov korelacijski koeficient med obema spremenljivkama.

X/Y	nikoli	občasno	mesečno
manj kot 45 let	51	90	92
med 45 in 60 let	155	200	150
nad 60 let	172	198	109

3. V tovarni imajo dva stroja za izdelavo izdelkov določenega tipa. Starejši stroj S_1 naredi 85% izdelkov, novejši stroj S_2 pa ima manjšo kapaciteto in naredi 15% izdelkov. Med izdelki, ki jih naredi stroj S_1 je 0.5 % takih, ki so defektni. Med izdelki, ki jih naredi stroj S_2 je 0.1% takih, ki so defektni.
   (a) Naključno izberemo en izdelek. Kolikšna je verjetnost, da je defekten?
   (b) Izbrani izdelek je bil defekten. Kolikšna je verjetnost, da ga je naredil stroj S_1?

4. (a) Teža posameznika v populaciji A je porazdeljena približno normalno s parametroma $\mu = 75$ kg in $\sigma = 10$ kg. Določite kvantila $q_{0.1}$ in $q_{0.9}$.
   (b) Teža posameznika v populaciji B (ta je zelo velika) ima standardno deviacijo enako 10 kg. Iz populacije naključno izberemo 10 posameznikov. Njihove telesne teže znašajo

$$\{68, 80, 61, 62, 69, 67, 77, 78, 68, 63\}.$$

   Določite 90% interval zaupanja za aritmetično sredino populacije.

Del II

Rešitve

Poleg končnih rešitev so ponekod podani tudi vmesni koraki. Slednji služijo le za boljšo orientacijo in pomoč učečemu se študentu. Praviloma so bili pri izračunu končne rešitve upoštevani bolj natančni približki za vmesne korake, kot so tisti, ki so navedeni spodaj.

Šolsko leto 2013/2014 (rešitve)

- 1. kolokvij, skupina A (24.4.2014)

  1. $\mu \doteq 17.8°\mathrm{C}$, $\sigma \doteq 0.72°\mathrm{C}$, mediana$= 18°\mathrm{C}$, $R(17°\mathrm{C}) = 6$, $R(18°\mathrm{C}) = 18.5$, $R(19°\mathrm{C}) = 28.5$,

temperatura	f_i
17°C	11
18°C	14
19°C	6

     .
  2. $p \doteq 0.0351$. Ničelno hipotezo lahko zavrnemo pri stopnjah značilnosti, ki so večje od 0.0351. Odstopanje je statistično značilno, ni pa zelo značilno. (vmesni korak: $Z \doteq 1.81$)
  3. Ničelne hipoteze ne moremo zavrniti. (vmesni koraki: $\chi^2 = 2.16$, $\chi^2_{0.95}(2) \doteq 5.99$)
  4. (166,171)

- 1. kolokvij, skupina B (24.4.2014)

  1. $\mu \doteq 16.7°\mathrm{C}$, $\sigma \doteq 0.68°\mathrm{C}$, $q_{1/3} = 16°\mathrm{C}$, $R(16°\mathrm{C}) = 7$, $R(17°\mathrm{C}) = 20.5$, $R(18°\mathrm{C}) = 29.5$,

temperatura	f_i
16°C	13
17°C	14
18°C	4

     .
  2. $p \doteq 0.0702$. Ničelno hipotezo lahko zavrnemo pri stopnjah značilnosti, ki so večje od 0.0702. Odstopanje ni niti statistično značilno niti zelo značilno. (vmesni korak: $Z \doteq 1.81$)
  3. Ničelno hipotezo lahko zavrnemo. (vmesni koraki: $\chi^2 = 10.32$, $\chi^2_{0.99}(2) \doteq 9.21$)
  4. (82,92)

- 2. kolokvij (26.5.2014)

  1. (48.960, 50.240) (vmesni koraki: $\hat{\mu} = 49.6$, $\hat{\sigma} \doteq 1.50$, $t_{0.995}(39) \doteq 2.70$)
  2. Ker pogoj $\tilde{f}_{11} \geq 5$ ni izpolnjen, je test vprašljiv in ničelno hipotezo težko zavrnemo. Izračun $\chi^2 \doteq 4.1375$ in $\chi^2_{0.95} \doteq 3.841$ sicer kaže na nasprotno.
  3. X...povprečno število točk, Y...povprečno število podaj. $r_{X,Y} \doteq 0.85$ (vmesni koraki $\mu_X \doteq 13.97$, $\mu_Y \doteq 2.67$, $\sigma_X \doteq 3.87$, $\sigma_Y \doteq 1.93$, $K_{X,Y} \doteq 6.34$).

4. $\eta^2_{KW} \doteq 0.09$ (vmesni rezultati: $\overline{R} = 85.5$, $\sigma^2 = 1872$, $\sigma^2_B \doteq 168.78$)

- Izpit (17.6.2014)

1. $\mu \doteq 6.90$, $\sigma \doteq 1.83$, modus$= 7$, mediana$= 7$, $q_{0.75} = 8$.
2. Ničelne hipoteze ne moremo zavrniti (vmesni korak: $q^+_{p+cSE} = 67$)
3. X...točke, Y...letnik. Velja $\rho_{X,Y} \doteq -0.05$ (vmesni koraki $\overline{R} = 5$, $\sigma_{R_X} \doteq 2.58$, $\sigma_{R_Y} \doteq 2.45$, $K_{R_X,R_Y} = -\frac{1}{3}$). Ničelne hipoteze ne moremo zavrniti (vmesni koraki: $T \doteq -0.14$, $t_{0.95}(7) \doteq 1.90$)
4. Ničelno hipotezo lahko zavrnemo (vmesni koraki: X...dizel, Y...bencin, $\mu_X = 6.56$, $\mu_Y = 8.35$, $s_{w+} \doteq 1.19$, $SE \doteq 0.80$, $T \doteq -2.24$, $t_{0.95}(7) \doteq 1.90$)

- Izpit (18.8.2014)

1. $\mu = 2.1875$, $\sigma \doteq 1.81$, modus$= 3$, $q_{1/4} = 1$.

a_i	0	1	2	3	8
f_i	2	4	4	5	1
F_i	2	6	10	15	16
f_i°	0.125	0.25	0.25	0.3125	0.0625

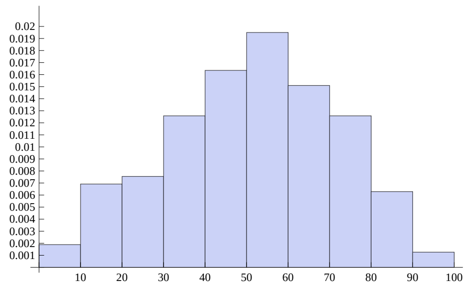
2. $(0.788, 0.924)$
3. X...moč, Y...gorivo. Velja $\rho_{X,Y} \doteq 0.45$ (vmesni koraki $\overline{R} = 41.5$, $\sigma_{R_X} \doteq 22.12$, $\sigma_{R_Y} \doteq 22.22$, $K_{R_X,R_Y} \doteq 223.573$). Obstaja zmerna pozitivna koreliranost med spremenljivkama.
4. $\eta^2 \doteq 0.52$, ničelno hipotezo lahko zavrnemo (vmesni koraki: $\sigma^2 \doteq 503.13$, $\sigma^2_B \doteq 263.84$, $F \doteq 6.62$, $F_{0.95}(2, 12) \doteq 3.885$).

- Izpit (1.9.2014)

1. $(48.38, 70.42)$ (vmesni koraki: $\hat{\mu} = 59.4$, $t_{0.95}(9) \doteq 1.83$, $s_+ \doteq 19.03$)
2. $r_{pb} \doteq -0.05$ (vmesni korak: $\sigma \doteq 10.12$). Povezanost med spremenljivkama je neznatna.
3. $r_{X,Y} \doteq 0.35$ (vmesni koraki $\mu_X \doteq 0.86$, $\mu_Y \doteq 0.72$, $\sigma_X \doteq 0.79$, $\sigma_Y \doteq 0.77$, $K_{X,Y} \doteq 0.21$). Ničelno hipotezo lahko zavrnemo (vmesni koraki: $T \doteq 3.12$, $t_{0.95}(70) \doteq 1.67$).
4. X...dekleta, Y...fantje, $A_X \doteq 0.65$. Ničelne hipoteze ne moremo zavrniti (vmesni koraki: $Z \doteq 0.98$, $z_{0.95} \doteq 1.65$).

Šolsko leto 2012/2013 (rešitve)

- 1. kolokvij, skupina A (22.4.2013)
  1. $\mu \doteq 31.8$, $\sigma \doteq 21.1$, mediana$=42$, $q_{3/4} = 50$, $q_{2/3} \in [43, 50]$.
  2. $(0.507, 0.553)$
  3. Ničelne hipoteze ne moremo zavrniti (vmesni korak: $Z \doteq -1.996$).
  4. Ničelne hipoteze ne moremo zavrniti (vmesni koraki: $\chi^2 \doteq 1.73$, $\chi^2_{0.95}(2) \doteq 5.99$).
- 1. kolokvij, skupina B (22.4.2013)
  1. $\mu = 18.25$, $\sigma \doteq 19.44$, mediana$=10$, $q_{3/4} \in [13, 26]$, $q_{2/3} = 13$.
  2. Ničelno hipotezo lahko zavrnemo (vmesni korak: $Z \doteq 3.39$).
  3. $(0.633, 0.667)$
  4. Ničelne hipoteze ne moremo zavrniti (vmesni koraki: $\chi^2 = 0.125$, $\chi^2_{0.99}(2) \doteq 9.21$).
- 2. kolokvij, (27.5.2013)
  1. Ničelne hipoteze ne moremo zavrniti (vmesni koraki: $T \doteq 1.03$, $t^2_{0.95}(11) \doteq 1.80$).
  2. X...točke, Y...letnik. Velja $\rho_{X,Y} = 0$ (vmesni koraki $\overline{R} = 4$, $\sigma_{R_X} = 2$, $\sigma_{R_Y} \doteq 1.79284$, $K_{R_X,R_Y} = 0$) Povezanosti med spremenljvikama ni.
  3. $\eta^2_{KW} \doteq 0.067$ (vmesni rezultati: $\overline{R} = 33.5$, $\sigma^2 \doteq 288.36$, $\sigma^2_B \doteq 19.41$)
  4. Ničelno hipotezo lahko zavrnemo (vmesni korak: $\chi^2 = 18.75$, $\chi^2_{0.99}(2) = 9.21$).
- Izpit, (19.6.2013)
  1. Realtivne gostote frekvenc po razredih so prbližno sledeče: 0.00189, 0.00692, 0.00755, 0.01258, 0.01635, 0.01950, 0.01509, 0.01258, 0.00629, 0.00126. $IQR = 29$, $q_{2/3} = 61$.



  2. $(0.154, 0.377)$. Interval pokriva pravo vrednost, ki znaša približno 0.346.
  3. $r_{X,Y} \doteq 0.83$ (vmesni koraki $\mu_X \doteq 55.71$, $\mu_Y \doteq 64.29$, $\sigma_X \doteq 19.54$, $\sigma_Y \doteq 19.18$, $K_{X,Y} \doteq 310.51$). Korelacija je visoka. Kdor se je učil je bolje pisal.

4. (a) $A_N \doteq 0.72$. (b) Ničelno hipotezo lahko zavrnemo v korist alternativne (vmesni koraki: $Z \doteq 2.09$, $z_{0.95} \doteq 1.65$.)

- Izpit, (20.8.2013)

1. $\mu = 5.4$, $\sigma \doteq 1.74$, modus$= 7$, mediana$= 6$,

a_i	1	3	5	6	7
f_i	1	2	3	4	5

.

2. (52,67)
3. $r_{pb} \doteq -0.64$ (oz. 0.64). Gre za zmerno povezanost med porabo in vrsto goriva.
4. Ničelne hipoteze ne moremo zavrniti. (vmesni koraki: $\mu_X = 3$, $\mu_Y \doteq 4.43$, $\sigma_X \doteq 1.41$, $\sigma_Y \doteq 0.73$, $K_{X,Y} = -\frac{3}{7}$, $r_{X,Y} \doteq -0.42$, $T \doteq -1.02$, $t_{0.95}(5) \doteq 2.02$)

- Izpit, (3.9.2013)

1. $\mu = 2.5$, $\sigma \doteq 1.29$, modus$= 2$, $q_{1/3} = 2$, $q_{0.8} = 4$,

a_i	1	2	3	4	5
F_i	6	14	19	21	24

.

2. $V \doteq 0.22$, gre za nizko asociiranost.
3. (0.386,0.782)
4. Ničelne hipoteze ne moremo zavrniti. (vmesni koraki: $\chi^2 = 1.12$, $\chi^2_{0.95}(2) \doteq 5.99$)

Šolsko leto 2011/2012 (rešitve)

- 1. kolokvij, (25.3.2012)

  1. $\mu \doteq 1.77$, $\sigma \doteq 1.17$, modus= 1, mediana= 2, $IQR = 2$
  2. $V \doteq 0.01$ (vmesni rezultat: $\chi^2 \doteq 15.9225$)
  3. $\rho_{X,Y} \doteq -0.14$ (vmesni koraki $\overline{R} = 609$, $\sigma_{R_X} \doteq 325.90$, $\sigma_{R_Y} \doteq 329.86$, $K_{R_X,R_Y} \doteq -14968.76$)
  4. $\eta^2 \doteq 0.01$ (vmesni rezultati: $n = 114$, $\mu = \frac{26}{57}$, $\sigma_B^2 \doteq 0.01$)

- 2. kolokvij/izpit (12.6.2012)

  1. $A \doteq 0.39$ (oz. $A \doteq 0.61$)
  2. $r_{X,Y} \doteq 0.90$ (vmesni koraki $\mu_X = 23$, $\mu_Y = 0.3$, $\sigma_X \doteq 4.31$, $\sigma_Y \doteq 27.3$, $K_{X,Y} = 106.5$)
  3. (a) 0.5, (b) 0.5.
  4. (a) $X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0.1 & 0.6 & 0.3 \end{pmatrix}$, (b) $E(X) = 1.2$, $Var(X) = 0.36$, (c) $\frac{\binom{10}{2}\binom{5}{0}}{\binom{15}{2}} = \frac{3}{7}$.

- Izpit, (27.6.2012)

  1. $\mu = 2.5$, $\sigma \doteq 1.29$, modus= 2, $q_{1/3} = 2$, $q_{0.8} = 4$. Natanko trije zadetki so padli na petih tekmah.
  2. $\eta^2_{KW} \doteq 0.46$ (vmesni rezultati: $\overline{R} = 8$, $\sigma^2 \doteq 18.67$, $\sigma_B^2 \doteq 8.67$)
  3. (a) $\frac{7}{36}$, (b) $\frac{3}{7}$
  4. (a) $X \sim \begin{pmatrix} -1 & 35 \\ \frac{36}{37} & \frac{1}{37} \end{pmatrix}$, (b) $E(X) = -\frac{1}{37}$, $Var(X) \doteq 34.08$, (c) 0.44

- Izpit, (17.8.2012)

  1. Vseh članic je 27. Modus= 2, $\mu \doteq 11.3$, $\sigma \doteq 15.13$, $q_{1/3} \in [2, 3]$, $q_{2/3} \in [9, 10]$, $q_{1/4} = 2$, $q_{1/2} = 5$, $q_{3/4} = 17$.
  2. $V \doteq 0.64$ (vmesni rezultat: $\chi^2 \doteq 39.953$). Obstaja zmerna povezanost med spremenljivkama.
  3. (a) $P(A) = \frac{1}{12}$, $P(B) = \frac{1}{9}$. (b) Dogodka sta odvisna, saj velja $P(A \cap B) = \frac{1}{36} \neq P(A)P(B)$.
  4. (a) $X \sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$, $Y \sim \begin{pmatrix} 0 & 2 & 6 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$, (b) $Var(X) = 5$, $Var(Y) = 4$.

- Izpit, (31.8.2012)

  1. $\mu = 1.875$, $\sigma \doteq 1.17$, modus= 1, $q_{0.2} = 1$, $q_{2/3} \in [2, 3]$.
  2. $\rho_{X,Y} \doteq -0.28$ (vmesni koraki $\overline{R} = 150$, $\sigma_{R_X} \doteq 81.38$, $\sigma_{R_Y} \doteq 73.99$, $K_{R_X,R_Y} \doteq -1685.12$). Spremenljivki sta negativno nizko povezani.
  3. (a) $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{9}$. (b) Dogodka sta neodvisna, saj velja $P(A \cap B) = \frac{1}{36} = P(A)P(B)$.

4. (a) $E(X_1) = 0$, $Var(X_1) = \frac{2}{3}$, (b) 0.123.

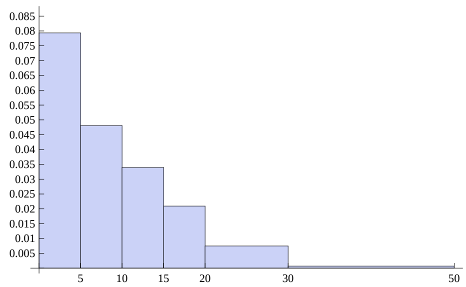
- Zimski izpit, (4.2.2013)

  1. $\mu \doteq 2.59$, $\sigma \doteq 1.15$, modus$= 2$, mediana$= 3$.
  2. $r_{X,Y} \doteq -0.86$ (vmesni koraki $\mu_X = 87.6$, $\mu_Y = 26.6$, $\sigma_X \doteq 12.24$, $\sigma_Y \doteq 5.71$, $K_{X,Y} \doteq -60.36$). Več časa za surfanje, manj časa za smučanje in obratno.
  3. $\frac{31}{84}$
  4. $a = 0.3$, $E(X) = 2.7$, $Var(X) = 5.21$.

Šolsko leto 2010/2011 (rešitve)

- Poskusni kolokvij

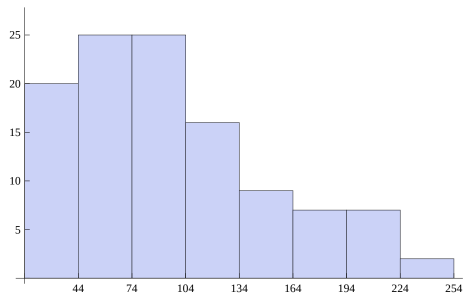
1. $\sigma \doteq 7.14$, $q_{1/4} = 2$, $q_{1/2} \in [4, 5]$, $q_{3/4} = 8$.
2. Histogram:



3. $\rho_{X,Y} \doteq 0.37$ (vmesni koraki $\overline{R} = 5.5$, $\sigma_{R_X} \doteq 2.87$, $\sigma_{R_Y} \doteq 2.86$, $K_{R_X,R_Y} = 3.05$).
4. $r_{X,Y} \doteq 0.29$ (vmesni koraki $\mu_X = \frac{125}{363}$, $\mu_Y = \frac{28}{363}$, $\sigma_X \doteq 0.782$, $\sigma_Y \doteq 0.287$, $K_{X,Y} \doteq 0.064$).

- 1. kolokvij, skupina A (13.12.2010)

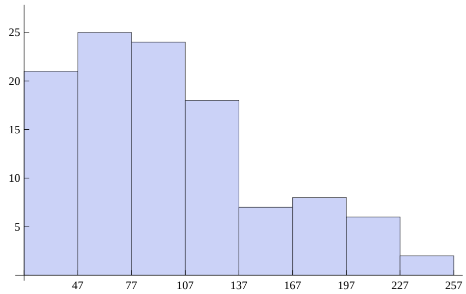
1. Modus= 5, mediana= 5, $\mu = 112/29 \doteq 3.86$, standarizirane vrednosti $-1.82, -1.19, -0.55, 0.09, 0.72$ (vmesni korak $\sigma \doteq 1.57$)
2. $\frac{2IQR}{\sqrt[3]{n} \doteq 29.1}$, $q_{1/3} = 68$ (vmesni koraki: $q_{1/4} = 55$, $q_{3/4} = 125$)



3. $r_{X,Y} \doteq -0.89$ (vmesni koraki $\mu_X = 3.65$, $\mu_Y = 3.6125$, $\sigma_X \doteq 1.11$, $\sigma_Y \doteq 0.81$, $K_{X,Y} \doteq -0.81$)
4. Če 'alkohol'...X in 'nikotin'...Y, potem: $\rho_{X,Y} \doteq 0.22$ (vmesni koraki $\overline{R} = 226.5$, $\sigma_{R_X} \doteq 125.17$, $\sigma_{R_Y} \doteq 108.12$, $K_{R_X,R_Y} \doteq 2953.24$)

- 1. kolokvij, skupina B (13.12.2010)

1. Modus= 5, mediana= 5, $\mu = 113/29 \doteq 3.90$, standarizirane vrednosti $-1.97, -1.29, -0.61, 0.07, 0.75$ (vmesni korak $\sigma \doteq 1.47$)
2. $\frac{2IQR}{\sqrt[3]{n} \doteq 28.3}$, $q_{1/3} = 69$ (vmesni koraki: $q_{1/4} = 57$, $q_{3/4} = 125$)



3. $r_{X,Y} \doteq -0.86$ (vmesni koraki $\mu_X = 3.575$, $\mu_Y = 3.6375$, $\sigma_X \doteq 0.76$, $\sigma_Y \doteq 1.13$, $K_{X,Y} \doteq -0.74$)
4. Če 'alkohol'...X in 'nikotin'...Y, potem: $\rho_{X,Y} \doteq 0.22$ (vmesni koraki $\overline{R} = 226.5$, $\sigma_{R_X} \doteq 125.22$, $\sigma_{R_Y} \doteq 108.12$, $K_{R_X,R_Y} \doteq 2928.76$)

- 2. kolokvij, skupina A (17.1.2011)

  1. $\eta^2 \doteq 0.04$ (vmesni koraki: $\sigma_B^2 \doteq 0.05$, $\sigma^2 \doteq 1.37$)
  2. (a) 0.0042, (b) 1/21
  3. $\sigma \doteq 23.3$; iskan delež populacije $\doteq 0.26$
  4. (a) $X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{3}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$, (b) $E(X) = 2.5$, $Var(X) = 0.75$, (c) 0.0158

- 2. kolokvij, skupina B (17.1.2011)

  1. $\eta^2 \doteq 0.02$ (vmesni koraki: $\sigma_B^2 \doteq 0.02$, $\sigma^2 \doteq 1.15$)
  2. (a) 0.0035, (b) 1/7
  3. $\mu \doteq 176.6$; iskan delež populacije $\doteq 0.79$
  4. (a) $X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{8} & \frac{4}{8} & \frac{1}{8} & \frac{2}{8} \end{pmatrix}$, (b) $E(X) = 2.5$, $Var(X) = 1$, (c) 0.9686

- Izpit, (9.2.2011)

  1. Modusa sta dva, tj. 2 in 3, mediana $= 3$, $\mu = 144/53 \doteq 2.72$, $q_{0.25} = 2$
  2. $r_{X,Y} \doteq 0.90$ (vmesni koraki $\mu_X = 23$, $\mu_Y = 0.3$, $\sigma_X \doteq 4.31$, $\sigma_Y \doteq 27.3$, $K_{X,Y} = 106.5$)
  3. $X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$, $E(X) = \frac{3}{4}$, $Var(X) = \frac{11}{16}$
  4. (71.3,83.7)

- Izpit, (17.6.2011)

  1. $\mu \doteq 167.1$, $\sigma \doteq 8.8$, $q_{0.05} = 155$, $q_{0.95} = 180$. Približno 92 % smučarjev ima dolžino smuči v danem intervalu.
  2. $\rho_{X,Y} \doteq -0.14$ (vmesni koraki $\overline{R} = 608.5$, $\sigma_{R_X} \doteq 325.59$, $\sigma_{R_Y} \doteq 329.57$, $K_{R_X,R_Y} \doteq -14788.28$)
  3. (a) 0.657, (b) približno 0.05
  4. (a) $q_{0.05} \doteq 53.5\,\text{kg}$, $q_{0.95} \doteq 86.5\,\text{kg}$, (b) (65.7,74.3)

- Izpit, (24.8.2011)

  1. $\mu = 1.225$, $\sigma \doteq 0.935$, $q_{0.8} = 2$
  2. $r_{X,Y} \doteq 0.063$ (vmesni koraki $\mu_X = 17.875$, $\mu_Y = 5.3875$, $\sigma_X \doteq 13.92$, $\sigma_Y \doteq 2.81$, $K_{X,Y} \doteq 2.46$)
  3. (a) 0.059, (b) približno 0.93
  4. (0.217, 0.261) (to je Waldov interval zaupanja)

- Zimski izpit, (1.2.2012)

  1. $r_{X,Y} \doteq -0.91$ (vmesni koraki $\mu_X \doteq 3.66$, $\mu_Y \doteq 3.69$, $\sigma_X \doteq 0.75$, $\sigma_Y \doteq 1.14$, $K_{X,Y} \doteq -0.77$)
  2. $\rho_{X,Y} \doteq -0.14$ (vmesni koraki $\overline{R} = 609$, $\sigma_{R_X} \doteq 325.90$, $\sigma_{R_Y} \doteq 329.86$, $K_{R_X,R_Y} \doteq -14968.76$)
  3. (a) 0.0044, (b) približno 0.966
  4. (a) $q_{0.1} \doteq 62.2\,\mathrm{kg}$, $q_{0.9} \doteq 87.8\,\mathrm{kg}$, (b) $(64.08\,\mathrm{kg}, 74.52\,\mathrm{kg})$